

Mathematische Methoden II LA

- SoSe 2014 -

Übungsblatt 17 (20 Punkte)

Ausgabe 15.05.2014 – Abgabe 20.05.2014 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1*** (9 Punkte)

Gegeben zwei Vektorfelder $\vec{A}(x, y, z) = x\vec{e}_X + y\vec{e}_Y$ und $\vec{B}(x, y, z) = -y\vec{e}_X + x\vec{e}_Y$.

- Skizzieren Sie die beiden Vektorfelder.
- Bestimmen Sie die Quellen- und Wirbelfelder der beiden Vektorfelder, und machen Sie sich davon jeweils ein Bild.
- Gegeben eine ebene geschlossene Kurve γ deren Spur in der XY -Ebene gelegen ein Quadrat mit Mittelpunkt im Ursprung und Seitenlänge a . Berechnen Sie jeweils die Zirkulation der beiden Vektorfelder. Was erhalten Sie im Falle einer kreisförmigen Spur (Mittelpunkt im Ursprung, Radius a)?

▷ **Aufgabe 2*** (3 Punkte)

Sei \vec{a} fester Vektor. Skizzieren Sie das Vektorfeld $\vec{A}(x, y, z) = \vec{a} \times \vec{x}$, berechnen Sie sein Wirbelfeld $\text{rot}\vec{A}$ und machen sich davon ein Bild.

▷ **Aufgabe 3*** (3 Punkte)

Sei \vec{a} fester Vektor und $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Skizzieren Sie das Vektorfeld $\vec{A}(x, y, z) = r\vec{a}$, berechnen Sie sein Wirbelfeld $\text{rot}\vec{A}$ und machen sich davon ein Bild.

▷ **Aufgabe 4*** (5 Punkte)

Beweisen Sie

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A} \quad (1)$$