

# Mathematische Methoden II LA

## - SoSe 2014 -

Übungsblatt 20 (20 + 5 Punkte)

Ausgabe 19.06.2014 – Abgabe 24.06.2014 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

---

▷ **Aufgabe 1** \* (2 Punkte)

Man bestimme Real- und Imaginärteil der drei dritten Wurzeln von  $i$ .

▷ **Aufgabe 2** \* (2 Punkt)

Jemand behauptet  $\cos(z) = \cosh(iz)$ . Stimmen Sie zu? Begründen Sie Ihre Zustimmung bzw. Zurückweisung mit einem Beweis.

▷ **Aufgabe 3** \* (3 Punkte)

Gegeben die komplexe Funktion  $f(x, y) = (x^2 - y^2 + x) + i(y + 2xy) = u(x, y) + iv(x, y)$ . Ist  $f$  analytisch?

Hinweis: Schauen Sie doch einfach mal nach, ob die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen erfüllt sind ...

▷ **Aufgabe 4** \* (4 Punkte)

Es sei  $\gamma$  der Viertelkreisbogen von 1 nach  $i$ ,  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  (man mache sich ein Bild). Berechnen Sie das Konturintegral  $\int_{\gamma} z^{*2} dz$ .

▷ **Aufgabe 5** \* (4 Punkte)

Berechnen Sie die Konturintegrale

$$(a) \oint_{|z|=R} \frac{1}{z^2} dz \quad (1)$$

$$(b) \oint_{|z|=R} \frac{1}{z^*} dz \quad (2)$$

▷ **Aufgabe 6** \* (5 Punkte)

Bestätigen Sie mittels Residuenkalkül

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^4} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

▷ **Aufgabe 7** (5 Punkte)

Bestätigen Sie mittels Residuenkalkül

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x - \pi/4)^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{e^{-a}}{a} \quad (4)$$

Hinweis: Erinnern Sie sich beizeiten an die Identität  $\cos x = \Re e^{ix}$  ...