Mathematische Methoden II LA

- SoSe 2014 -

Übungsblatt 21 (20 Punkte)

Ausgabe 26.06.2014 – Abgabe 01.07.2014 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph[1]

▷ **Aufgabe 1** * (4 Punkte)

Man bestimme die Fourier-Transformierten der Funktionen

$$(a) \quad f(t) = \begin{cases} t^2 & , \quad 0 < t < 1 \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} \tag{1}$$

$$(b) \quad f(t) = \frac{1}{1+t^2} \tag{2}$$

▷ **Aufgabe 2** * (4 Punkte)

Ein Zeitsignal hat die Spektralfunktion $\tilde{f}(\omega) = e^{-a|\omega|+i\omega}$ mit $a > 0$. Man berechne die Gesamtenergie $E := \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$ in Abhängigkeit von a.

▷ **Aufgabe 3** (4 Punkte)

Die Übertragungsfunktion eines einfachen Bandpass-Filters ist gegeben

$$\tilde{f}(\omega) = \begin{cases} 1 & , \quad |\omega - \Omega| < b \\ 0 & , \quad |\omega - \Omega| > b \end{cases} \tag{3}$$

Wie lautet die Zeitfunktion des Filters?

▷ **Aufgabe 4** (8 Punkte)

Eine unendlich lange Schiene ist im Schotterbett elastisch gelagert und mit der spezifischen Last $w(x)$ belegt. Für die Durchbiegung $u(x)$ gilt

$$u^{(4)} + \alpha^4 u = w(x)\,, \qquad x \in \mathbb{R} \tag{4}$$

wo $u^{(4)}$ die vierte Ableitung der Funktion u.

(a) Man bestätige mittels Fourier-Transformation die Integraldarstellung für $u(x)$,

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{w}(\omega)}{\omega^4 + \alpha^4} e^{i\omega x} dx \tag{5}$$

wo $\tilde{w}(\omega)$ die Fourier-Transformierte von $w(x)$.

(b) Wie lautet $u(x)$ für $w(x) = e^{-|x|}$?

---

[1] Die folgenden Aufgaben wurden entnommen: Meyberg und Vachenauer *Höhere Mathematik II*, Springer 2003, S. 356-357.