Optik an Grenzflächen und Nanostrukturen Sommersemester 2017

Carsten Henkel

Übungsblatt 2 Ausgabe: Di 25. Apr 17

Eingabe: Do 11. Mai 17

Aufgabe 2.1 – Fresnel-Formeln (4 Punkte)

Schlagen Sie in Ihrer Optik-Vorlesung die Fresnel'schen Formeln für die Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche nach. Machen Sie eine Skizze für den einfallenden, reflektierten und transmittierten Strahl, tragen Sie Wellenvektoren und elektrische Felder (Polarisationsvektoren) ein.

(a) Bringen Sie die Fresnel'schen Formeln in folgende Form

$$r_s = \frac{\mu' k_z - \mu k'_z}{\mu' k_z + \mu k'_z}\,, \qquad r_p = \frac{\varepsilon' k_z - \varepsilon k'_z}{\varepsilon' k_z + \varepsilon k'_z} \tag{2.1}$$

wobei k_z (k'_z) die Normalkomponente des Wellenvektors im einfallenden (transmittierten) Medium ist. Analog für die Materialparameter ε, ε', μ, μ' (die alle komplex sein dürfen).

(b) Überlegen Sie für den Spezialfall 'senkrechter Einfall', dass $r_s = \pm r_p$ gilt, und bringen Sie das relative Vorzeichen mit der Wahl der einfallenden und reflektierten Polarisationsvektoren in Verbindung.

Aufgabe 2.2 – Totalreflexion (8 Punkte)

Sie tauchen im Schwimmbad und schauen in Richtung Wasseroberfläche. Wasser ist bekanntlich ein Medium mit einem Index $n \approx 1.33$, und Luft ($n \approx 1$) ist optisch dünner. Beide Medien sind nicht magnetisch, der Einfallswinkel sei θ mit $n \sin\theta > 1$, und sagen wir mal, die Grenzfläche ist eben (Skizze!).

(a) Zeigen Sie aus dem Brechungsgesetz, dass das elektrische Feld im Vakuum proportional zu

$$\exp(\mathrm{i}k_x x - \kappa z), \qquad k_x^2 - \kappa^2 = (\omega/c)^2 \tag{2.2}$$

ist. Hier sind die Koordinaten so gewählt, dass der einfallende Strahl in der xz-Ebene liegt, der Ursprung in der Grenzfläche, und die z-Achse aus dem Medium in Richtung Vakuum zeigt (Skizze beschriften). Berechnen Sie k_x als Funktion von n und θ. Zeigen Sie, dass $k_x > 2\pi/\lambda$ und deswegen $k_z = \mathrm{i}\kappa$ rein imaginär ist.

(b) In der Vorlesung haben wir die Formeln von Fresnel kennen gelernt:

$$r_s = \frac{k_z - k_{zn}}{k_z + k_{zn}} \qquad r_p = \frac{n^2 k_z - k_{zn}}{n^2 k_z + k_{zn}} \tag{2.3}$$

Hier sind $k_{zn} = (\omega/c) n \cos\theta$ und k_z die Normalkomponenten der Wellenvektoren im Medium und in Luft. Die Indizes s und p bezeichnen die Polarisation: magnetisches bzw. elektrisches Feld in der Einfallsebene. Zeigen Sie, dass der reflektierte Strahl bis auf eine Phase dieselbe Amplitude hat (genau das ist mit Totalreflexion gemeint).

(c) Zeigen Sie, dass in der p-Polarisation das elektrische Feld im Vakuum elliptisch polarisiert ist, und versuchen Sie, Orientierung und Halbachsen der Polarisationsellipse zu berechnen. [5 Bonuspunkte]

Aufgabe 2.3 – Photoemission: Richardson vs. Einstein (8 Punkte)

O. Richardson bekam 1928 den Nobelpreis für Physik für seine Arbeiten zur thermionischen Emission. Dieser Effekt ist verwandt mit dem photoelektrischen Effekt, den Richardson allerdings ganz anders als Einstein ohne das Konzept des Photons erklärt hat. In aktuellen Arbeiten zur Nano-Optik mit intensiven Feldern ist Richardsons Überlegung immer noch wertvoll.

(a) Überlegen Sie, dass wenn ein Lichtstrahl in p-Polarisation auf eine metallische Oberfläche trifft, sich die Normalkomponenten E_z der elektrischen Felder addieren. Machen Sie eine Skizze für das elektrische Potential in der Nähe der Oberfläche, das bei 'großen Abständen' (aber immer noch klein gegenüber der Wellenlänge) in ein homogenes Feld übergeht.

(b) Schätzen Sie eine elektrische Feldstärke ab, bei der die Potentialbarriere außerhalb des Metalls so weit abgesenkt wird, dass Elektronen mit kleiner Energie (z.B. mit thermischer Energie bei Raumtemperatur) die Barriere leicht überwinden können, ohne zu tunneln. ($\pi\times$ Daumen = Austrittsarbeit / Abstand des Maximums der Barriere, also locker $10^9\,\mathrm{V/m}$ oder mehr, siehe etwa Yalunin, Gulde & Ropers, *Phys. Rev. B* **84** (2011) 195426). Wie stark muss der einfallende Lichtstrahl sein, damit an der Metalloberfläche diese Feldstärke vorliegt? Solche Felder nennt man 'ultra stark'. Weil Lichtquellen höufig weniger hergeben, behilft man sich häufig mit scharfen Spitzen, die lokal die Felder überhöhen (wie beim Blitzableiter).