

Aufgabe 5.1 – Rau oder nicht rau (5 Punkte)

Sie haben mit zwei Messgeräten die Rauigkeit einer Proben-Oberfläche bestimmt: mit dem Raster-Kraftmikroskop können Sie Bilder der Topographie auswerten, und das Gerät liefert: “*rms roughness* = 4.2 nm”. Mit einem optischen Profilometer (z.B. von der Firma Zygo) erhalten Sie die Aussage: “*roughness* = 1.3 nm”. Erklären Sie den Widerspruch. Erkundigen Sie sich, wie ein optisches Profilometer funktioniert und schreiben Sie ein paar Sätze, wie damit Rauigkeiten deutlich unterhalb der Wellenlänge gemessen werden können.

Aufgabe 5.2 – Auswahl von Streuexperimenten (8 Punkte)

(1) Wir haben in der Vorlesung öfter über Spektroskopie mit Elektronenstrahlen gesprochen. Nun sehen wir uns einmal ein paar Größenordnungen an. Nehmen Sie an, Ihr Gerät erzeugt einen Elektronenstrahl mit der Energie 25 keV. Wie schnell sind diese Elektronen? Wie groß ist ihre Wellenlänge? Wie groß ist die Phasengeschwindigkeit der Elektronen-Wellen?

(2) Der Elektronenstrahl wird durch eine Metallfolie (sagen wir Gold) geschossen und erzeugt dort Volumen- und Oberflächen-Plasmonen. Dadurch verlieren die Elektronen Energie, was Sie in einem Detektor geeignet nachweisen können (EELS). Skizzieren Sie die Energie-Verteilung des Elektronenstrahls hinter der Folie. Wie groß muss die relative Energie-Auflösung des Detektors ($\Delta E/E$) sein, um die Anregung von Plasmonen nachzuweisen?

(3) Elektronen können auch an Oberflächen streuen (LEED) und Informationen über die Struktur der Oberfläche liefern. Nehmen Sie an, Sie haben einen Strahl, dessen Winkeldivergenz im Bereich von 1 mrad liegt, und Detektoren mit 1 mrad Winkelauflösung. Wie groß weitet sich so ein Elektronenstrahl in einer Apparatur auf, die 1 m groß ist? [5 Bonuspunkte: müssen Sie dafür in einer Ultrahoch-Vakuumkammer (UHV) arbeiten?] Wenn Ihre Oberfläche Strukturen auf einer Längenskala von 10 nm aufweist (die übernächste Generation von Computer-Chips), um welchen Winkel werden Elektronen durch Streuung abgelenkt?

Hinweis. Das Beugungsgesetz nach Bragg & von Laue an einem Gitter benutzen.

(4) Wiederholen Sie Aufgabe (3) für ‘weiche Röntgenstrahlung’ (d.h., Photonen-Energie von 20 bis 60 eV). Natürlich können Sie mit Röntgenstrahlung viel weniger zwischen Oberfläche und Volumen unterscheiden – Sie dürfen also annehmen, dass Ihre Probe auch im Volumen auf der 10 nm Skala strukturiert ist.

Aufgabe 5.3 – Ein Spektrum für Rauigkeit (7 Punkte)

Im Buch von H. Raether zu Oberflächen-Plasmonen können Sie eine Formel (3.1) finden, die die relative Winkelverteilung von gestreutem Licht liefert, das an einer rauhen Metall-Oberfläche entsteht:

$$\frac{dI}{I_0 d\Omega} = \text{const.} \frac{\omega^4}{c^4} |W|^2 |t_{012}|^2 S(\Delta\mathbf{K}) \quad (5.1)$$

Hier ist $\Delta\mathbf{K}$ die Differenz der Wellenvektoren (parallel zur Oberfläche) zwischen dem gestreuten Licht und dem Oberflächen-Plasmon. Raether schreibt, dass W eine ‘Dipol-Funktion’ (dimensionslos) ist, die mit den Richtungen der einfallenden und gestreuten Strahlen und ihren Polarisierungen zu tun hat. Der ‘const.’ Faktor (dimensionslos) hängt nur von dem Einfallswinkel ab. Der Transmissionskoeffizient t_{012} beschreibt die relative Amplitude des Lichtes an der Grenzfläche 1|2, wenn das Licht im Medium 0 eintrifft. (Denken Sie etwa an die Kretschmann-Konfiguration.) Schließlich ist $S(\mathbf{K})$ die ‘spektrale Verteilung’ der Rauigkeit der Metall-Oberfläche und wie folgt definiert: wenn $z = h(x, y)$ das Profil der Oberfläche ist ($z = 0$ ist die ‘glatte’ Referenz-Position), dann berechnen Sie zunächst die Autokorrelationsfunktion

$$C(x, y) = \langle h(x' + x, y' + y) h(x', y') \rangle \quad (5.2)$$

wobei der Mittelwert $\langle \dots \rangle$ z.B. über viele Positionen x', y' genommen wird. Dann ist die spektrale Verteilung das Integral

$$S(\mathbf{K}) = \int dx dy e^{-i(K_x x + K_y y)} C(x, y) \quad (5.3)$$

Sie führen diese Rechnungen nicht selbst durch: das Gerät, das die Rauigkeit Ihrer Probe bestimmt, macht es für Sie. [5 Bonuspunkte: finden Sie typische Beispiele für $S(\mathbf{K})$ (*roughness power spectrum*), geben Sie die Einheit an und skizzieren Sie es.]

Frage (1): überprüfen Sie, dass die Formel von Raether auf beiden Seiten dieselbe Dimension hat.

(2) In der Mathematik wird die Auflösung eines Instruments durch eine ‘Filter-Funktion’ beschrieben, und die spektrale Verteilung wird definiert im Rahmen der Filtertheorie. Angewandt auf eine raue Oberfläche, kann man sich diese Theorie wie folgt vorstellen: statt des tatsächlichen Profils $h(x, y)$ misst Ihr Gerät eine Größe

$$X = \int dx dy h(x, y) \varphi(x, y) \quad (5.4)$$

wobei die Gewichtsfunktion $\varphi(x, y)$ gerade der “Filter” ist. φ hat alle wünschenswerten Eigenschaften: differenzierbar, integrierbar usw. (die das Profil $h(x, y)$ nicht haben muss, wenn es etwa fraktal o.ä. ist). Im Experiment können Sie X als eine “zufällige Größe” auffassen, von der Sie Mittelwerte u.ä. bestimmen können, indem Sie Ihr Experiment über viele Stellen auf der Probe wiederholen.

Machen Sie die folgenden Aussagen plausibel:

$$\langle X \rangle = 0 \quad (5.5)$$

$$\langle X^2 \rangle = \int \frac{dK_x dK_y}{(2\pi)^2} S(\mathbf{K}) |\tilde{\varphi}(\mathbf{K})|^2 \quad (5.6)$$

wobei $\tilde{\varphi}(\mathbf{K})$ die Fourier-Transformierte von $\varphi(x, y)$ ist.

(3) In der Praxis sind Potenzgesetze ein beliebtes Modell für die spektrale Verteilung von Rauigkeit, $S(\mathbf{K}) \sim K^{-\alpha}$. Und eine vernünftige Filter-Funktion hat eine Fourier-Transformierte, die nur zwischen K_{\min} und K_{\max} ungleich Null ist. (Warum?) Argumentieren Sie, dass K_{\max}/K_{\min} mit der Anzahl der Datenpunkte Ihrer Messreihe parallel zur Oberfläche zu tun hat, und K_{\max} mit der besten lateralen Auflösung. Machen Sie eine Skizze für das Integral (5.6), um zu erklären, warum ein optisches Profilometer und ein Kraftmikroskop verschiedene Werte für die Rauigkeit liefern (siehe Aufgabe 5.1).