Theoretische Physik III (Lehramt)
- SoSe 2017 -

Übungsblatt 03

Ausgabe 16.05.17 – Abgabe 31.05.17 – Besprechung 31.05.2017

▷ Aufgabe 1 (Total oder nicht nicht total)

Sie erinnern sich: Im Falle zweier unabhängiger Variablen x und y ist die Differentialform

$$\delta X = A(x,y)dx + B(x,y)dy \tag{1}$$

genau dann ein totales Differential einer Funktion $X(x,y)$, wenn die sog *Integrabilitätsbedingungen* $\partial A/\partial y = \partial B/\partial x$ erfüllt sind. In deisem Falles auch

$$\oint \delta X = 0\,. \tag{2}$$

Andernfalls ist es unter Umständen (im Falle zweier unabhängiger Variablen immer) möglich, einen integrierenden Faktor $f(x,y)$ zu finden, so dass $dY := f(x,y)\delta X$ ein totales Differential, d.h. so dass $\partial(fA)\partial y = \partial(fB)/\partial x$.

Gegeben die Formen

$$\delta X_{\pm} = ydx \pm xdy \tag{3}$$

Welche der Formen ist ein totales Differential, welche nicht? Falls eine der Formen nicht ein totales Differential: Lässt sich zumindest ein integrierender Faktor angeben?

▷ Aufgabe 2 (Der zweite Hauptsatz)

In der Vorlesung haben Sie den Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kennengelernt. Beweisen Sie die folgenden Variationen des zweiten Hauptsatzes

Rudolf Clausius 1850: Wärme kann nie von selbst von einem kälteren in ein wärmeres Reservoir übergehen.

William Thomson (Lord Kelvin) 1851: Es gibt keine periodisdch arbeitende Maschine, die nur ein Wärmereservoir abkühlt und Arbeit leistet (sog *Perpetuum Mobile Zweiter Art*)

▷ Aufgabe 3 (Barometrische Höhenformel)

Auf Höhe z herrscht ein Druck

$$p(z) = \int_z^\infty \varrho(z')mgdz' \tag{4}$$

also

$$\frac{dp(z)}{dz} = -mg\varrho(z) \tag{5}$$

$$= -mg\frac{p(z)}{k_\mathrm{B}T(z)} \tag{6}$$

Bei isothermen Verhältnissen (eher selten) $T(z) = const.$; bei adiabatischen Verhältnissen (schon eher) $\frac{dT(z)}{T(z)} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{dp(z)}{p(z)}$.
Zuweilen betrachtet man die "homogene" Atmosphäre, $\varrho = const.$. Druck und Temperatur als Funktion der Höhe? Entropie; Vergleich mit isothermer Atmo gleicher Energie. Homogene Atmo stabil?

▷ Aufgabe 4 (Heizen im Winter)

Robert Emden, Astrophysiker und Meteorologe, schreibt in einer seiner Arbeiten unter dem Titel "Why do we have heating?"[1]

> Auf die Frage, 'Warum heizen wir im Winter?' wird der Laie antworten: Um das Zimmer wärmer zu machen. Ein Kenner der Thermodynamik wird es vielleicht so ausdrücken: Um die fehlende Energie zuzuführen. Dann hat der Laie recht, der Gelehrte unrecht.

Welche Wärmemenge braucht es, um die Zimmertemperatur von 0^o Celcius auf 20^o Celcius zu erhöhen? Hat der Laie wirklich Recht, und der Gelehrte Unrecht?
Hinweis: Beachten Sie, dass handelsübliche Zimmer über (mindestens) eine Tür mit Schlüsselloch verfügen.

▷ Aufgabe 5 (Kinetische Defintion der Temperatur)

In der Vorlesung haben Sie gelernt, dass die Energie eines ein-atomigen idealen Gases der Temperatur T gegeben ist

$$E = \frac{3}{2} N k_\mathrm{B} T \tag{7}$$

worin N die Zahl der Atome und k_B die Boltzmannkonstante.

Beweisen Sie diese Relation unter Zuhilfenahme der idealen Gasgleichung $pV = Nk_\mathrm{B}T$ und einer kinetischen Analyse des Drucks.
Hinweis: Der Druck ist das zeitliche Mittel der Kraft auf die Einheitsfläche der Wand; Kraft ist Impulsänderung pro Zeiteinheit. Jedes Teilchen, das mit Impulskomponente p_x auf die Wand trifft, überträgt einen Impuls $2p_x$ auf die Wand ...

▷ Aufgabe 6 (c_p, c_V and all that ...)

Beweisen Sie: Hängt die innere Energie E eines Gases nur von der Temperatur und Stoffmenge, nicht aber von Druck oder Volumen ab (wie es zum Beispiel beim idealen Gas der Fall ist), sind die spezifischen Wärmen verknüpft

$$c_p = c_V + R \tag{8}$$

worin $R = N_A k_\mathrm{B}$ die universelle Gaskonstante. Insbesonder ist c_V beim idealen Gas Temperatur- (und Druck-)unabhänig konstant,

$$c_V = \frac{f}{2} R\,. \tag{9}$$

[1] *Nature* **141**, 908 (1938); Arnold Sommerfeld hat diese Arbeit in seinem Lehrbuch "Thermodynamik und Statistik" in den Kanon der Jahrhundert-Übungsaufgaben aufgenommen. Die vorliegende Aufgabe ist maßgeblich von Sommerfelds Variante inspiriert.

▷ **Aufgabe 7 (Poissonsche Gleichung (Aidabatengleichung))**

Beweisen Sie die Poissonsche Gleichung der adiabatisch reversiblen Zustandsänderung eines idealen Molekülgases

$$pV^{\gamma} = const. \tag{10}$$

worin $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1 + \frac{2}{f}$ mit f Zahl der Freiheitsgrade eines Gasmoleküls.