

# Mathematische Methoden II LA

## - SoSe 2019 -

Übungsblatt 17 (20 Punkte)

Ausgabe 25.04.2019 – Abgabe 02.05.2019 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

---

▷ **Aufgabe 1** \* (3 Punkte)

Sei  $r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . Berechnen Sie den Gradienten der Funktionen  $r^n$  und  $\ln r$ .

▷ **Aufgabe 2** \* (3 Punkte)

Gegeben zwei skalare Funktionen  $(x, y, z)$  und  $g(x, y, z)$ . Beweisen Sie die Summen- und Produktregel der Gradientenrechnung,

$$\text{grad}(f + g) = \text{grad}f + \text{grad}g, \quad (1)$$

$$\text{grad}(fg) = f\text{grad}g + g\text{grad}f. \quad (2)$$

▷ **Aufgabe 3** \* (4 Punkte)

Erinnern Sie sich an die Schulzeit? Die Arbeit, die Sie verrichten müssen, um einen Körper um eine Strecke  $d\vec{r}$  zu verschieben, ist gegeben  $dW = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$ , wobei  $\vec{F}$  die Kraft, die ohne Sie auf den Körper wirkt. Die Gesamtarbeit, die sie aufbringen müssen, um den Körper längs  $\vec{r}(\lambda)$  1 nach 2 zu verschieben, ist demnach

$$W_{12} = - \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (3)$$

Zeigen Sie: Sofern  $\vec{F}$  Gradientenfeld,  $\vec{F} = -\text{grad}V$ , ist die Verschiebearbeit von  $\vec{r}_1$  nach  $\vec{r}_2$  wegunabhängig durch die Potentialdifferenz gegeben,

$$W_{12} = V(\vec{r}_2) - V(\vec{r}_1) \quad (4)$$

▷ **Aufgabe 4** \* (6 Punkte)

Für einen Zylinder (Höhe  $h$  Zylinderradius  $a$ ) dessen Achse mit der  $z$ -Achse zusammenfalle, gebe man unter Verwendung von Zylinderkoordinaten die Mantelfläche, Boden- und Deckelfläche in parametrisierter Form und bestimme die jeweiligen Flächendifferentiale.

▷ **Aufgabe 5** \* (4 Punkte)

Gegeben ein Feld  $\vec{D}(x, y, z) = \frac{\gamma}{\rho} \vec{e}_\rho$  worin  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  und  $\vec{e}_\rho = \frac{x}{\rho} \vec{e}_x + \frac{y}{\rho} \vec{e}_y$ . Berechnen Sie den Vektorfluss von  $\vec{D}$  durch die in Aufgabe 4 angegebene Zylinderfläche.