

Mathematische Methoden II LA

- SoSe 2019 -

Übungsblatt 19 (20 Punkte)

Ausgabe 09.05.2019 – Abgabe 16.05.2019 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1*** (3 Punkte)

Für das Vektorfeld $\vec{A}(x, y, z) = \vec{x}$ zeigen man die Wirbelfreiheit, $\text{rot}\vec{A} = 0$. Wirbelfreiheit bedeutet, dass \vec{A} eine Darstellung als Gradientenfeld gestattet, $\vec{A} = \vec{\nabla}\phi$. Konstruieren Sie ϕ .

▷ **Aufgabe 2*** (4 Punkte)

Beweisen Sie die Identität $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$ wo $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator.

▷ **Aufgabe 3*** (3 Punkte)

Berechnen Sie das Quellenfeld und das Wirbelfeld des Vektorfeldes $\vec{A} = (\vec{\nabla}\phi) \times (\vec{\nabla}\psi)$.

▷ **Aufgabe 4*** (4 Punkte)

Seien \vec{A} und \vec{B} quellen- und wirbelfreie Vektorfelder. Welche Quellen und welche Wirbel hat das Vektorfeld $\vec{A} \times \vec{B}$?

▷ **Aufgabe 5** (6 Punkte)

Gegeben das Vektorfeld

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{x}}{\|\vec{x}\|^3} \quad (1)$$

mit \vec{m} fester Vektor, und μ_0 eine Konstante.

- Machen Sie sich ein Bild von \vec{A} .
- Berechnen Sie das Feld $\vec{B} := \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Machen Sie sich ein Bild von \vec{B} . Haben Sie so etwas ähnliches schon mal gesehen?

Bemerkung: Wie wre es mit “Magnetfeld eines magnetischen Dipols”? Das Feld \vec{A} liefe dann unter dem Begriff “Vektorpotential” ...