

Mathematische Methoden LA

- WS 2012/2013 -

Übungsblatt 1 ($20 + \pi$ Punkte)¹

Ausgabe 15.10.2011 – Abgabe 19.10.2011 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ Aufgabe 1 (Galilei's Fallgesetz)

(7 Punkte)

In den "Discorsi" schreibt Galilei in der Einleitung zum Dritten Tag

[. . .] Einige leichtere Sätze hört man nennen: wie zum Beispiel, dass die natürliche Bewegung fallender schwerer Körper eine stetig beschleunigte sei. In welchem Masse aber diese Beschleunigung stattfindet, ist bisher nicht ausgesprochen worden; denn so viel ich weiss, hat Niemand bewiesen, dass die vom fallenden Körper in gleichen Zeiten zurückgelegten Strecken sich zueinander verhalten wie die ungeraden Zahlen.

Soweit Galilei. Wie passt das zu dem, was Sie in der Schule gelernt haben?

Anmerkung: Galilei kannte noch keine Infinitesimalrechnung. Die wurde erst von Newton und Leibniz erfunden.

▷ Aufgabe 2

(π Punkte)

Lehrer Lempel, gefürchtet für seinen messerscharfen Verstand, behauptet, er würde an irgendeinem Tag in der nächsten Woche genau eine Mathearbeit schreiben lassen, aber man würde am Morgen des fraglichen Tages nicht wissen, dass der Tag der Klassenarbeit gekommen sei. Rekursine, das anerkannte Mathe-Ass der Klasse, beruhigt: "Lempel lügt!". Logikus, ebenso pfiffig, ergänzt "Trotzdem sollten wir büffeln bis zum Umfallen!" Wie argumentiert Rekursine, und wieso sollte man Logikus' Rat ernst nehmen?

▷ Aufgabe 3

(3 Punkte)

Zeigen Sie: Die Aussage $A \Rightarrow B$ ist genau dann wahr, wenn die Aussage $(\text{nicht}B) \Rightarrow (\text{nicht}A)$ wahr ist.

▷ Aufgabe 4

(3 Punkte)

Falls Sie schon wissen, was man unter der Ableitung einer Funktion versteht: ist das Verschwinden der ersten Ableitung in einem Punkt x_0 notwendige oder hinreichende Bedingung dafür, dass die Funktion dort ein Maximum hat?

¹Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft . . .

▷ **Aufgabe 5 (Geometrische Summenformel)***

(7 Punkte)

Zur Erinnerung: Mit x^n meint man das n -fache Produkt von x mit sich selbst, $x^n = x \cdot x \cdots x$ (n Faktoren), und es gilt $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.

Beweisen Sie mittel vollständiger Induktion die *geometrische Summenformel*

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}, \quad x \neq 1. \quad (1)$$