Mathematische Methoden LA

- WS 2012/2013 -

Übungsblatt 2 ($20 + \pi$ Punkte)[1]

Ausgabe 22.10.2012 – Abgabe 31.10.2012 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1** (2 Punkte)

Jemand behauptet, die Anzahl der Elemente in der Vereinigungsmenge $A \cup B$ sei gleich der Summe der Zahl der Elemente von A und B. Sie

- ☐ stimmen zu;
- ☐ stimmen nicht zu.

▷ **Aufgabe 2** (3 Punkte)

Sei $M = \mathbb{Z}$, dann ist $R \subset M \times M$ definiert $R = \{(x, y)|x - y \text{ ist durch 3 teilbar}\}$

- ☐ diejenige Teilmenge der ganzen Zahlen, deren Elemente ohne Rest durch 3 teilbar sind.
- ☐ eine Relation, aber keine Äquivalenzrelation
- ☐ eine Äquivalenzrelation

▷ **Aufgabe 3** (5 Punkte)

Das Produkt der natürlichen Zahlen von 1 bis zu einer gegebenen Zahl n kürzt man in der Notation ab,

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot n \tag{1}$$

genannt "n-Fakultät", und vereinbart $0! := 1$. Die Fakultät spielt eine große Rolle in der Kombinatorik.

Beweisen Sie: "Die Anzahl aller möglichen Anordnungen n verschiedener Elemente ist $n!$."

▷ **Aufgabe 4** (6 Punkte)

Neben der Fakultät stößt man in der Kombinatorik auch häufig auf

$$\binom{n}{k} := \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!} \equiv \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{2}$$

genannt *Binomialkoeffizient*.

(a) Zeigen Sie: die Anzahl der k-elementigen Teilmengen einer nicht leeren Menge mit n Elementen ist im Falle $0 < k \leq n$ gegeben $\binom{n}{k}$.

(b) Seinen Namen verdankt der Binomialkoeffizient dem *Binomischen Satz*

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}a^1b^{n-1} + b^n \equiv \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^kb^{n-k} \tag{3}$$

den wir Sie bitten zu beweisen.

[1] Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft ...

Binomialkoeffizienten notiert man zuweilen in einem sog. *Pascal'schen Dreieck*. Schauen Sie mal irgendwo nach ...

▷ **Aufgabe 5** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Eine Menge mit n Elementen besitzt genau 2^n verschiedene Teilmengen.

▷ **Aufgabe 6** (π Punkte)

Gehen Sie an eine Kreidetafel. Skizzieren Sie freihändig einen Kreis (Durchmesser ca 50 cm) und tragen seinen Mittelpunkt ein. Wenn es "ei-ig" aussieht, wiederholen Sie die Übung bis Sie einigermaßen zufrieden sind.
Bemerkung: Solche und ähnliche "merkwürdige Übungen" werden in der Zukunft häufiger von Ihnen erbeten. Der Grund ist schlicht und ergreifend die Stärkung Ihrer "Kreidetafel-Kompetenz".