

Theoretische Physik V
- Quantenmechanik II (WS 2012/2013) -
Übungsblatt 2

Ausgabe 23.10.12 – Abgabe 26.10.12 – Besprechung 26.10.12

▷ **Aufgabe 1 (Virialsatz)**

Unter dem Virial eines N -Teilchensystems versteht man die Funktion

$$\mathcal{V} = \sum_{\alpha=1}^N \vec{p}^{(\alpha)} \cdot \vec{r}^{(\alpha)} \quad (1)$$

worin $\vec{r}^{(\alpha)}$ und $\vec{p}^{(\alpha)}$ Ortsvektor und Impuls von Teilchen α .

- (a) Zeigen Sie: Für gebundene Bewegung im abgeschlossenen System (keine äußeren Kräfte) gilt im Zeitmittel

$$\overline{\frac{d}{dt} \mathcal{V}} = 0 \quad (2)$$

bzw.

$$\overline{E_{\text{kin}}} = -\frac{1}{2} \overline{\sum_{\alpha} \vec{F}^{(\alpha)} \cdot \vec{r}^{(\alpha)}} \quad (3)$$

worin $\vec{F}^{(\alpha)}$ die Resultierende der auf Teilchen α seitens der anderen Teilchen ausgeübten Kräfte.

- (b) Zeigen Sie: Sind die resultierenden Kräfte konservativ, d.h. gibt es ein Potential U , und ist das Potential homogen vom Grade k ,¹ dann

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{k}{2} \overline{E_{\text{pot}}} \quad (4)$$

- (c) Bestätigen Sie, dass für gravitativ bzw. elektrostatisch gebundene Systeme $k = -1$, entsprechend

$$\overline{E_{\text{kin}}} = -\frac{1}{2} \overline{E_{\text{pot}}} = -\overline{E} \quad (5)$$

worin $E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$.

- (d) Formulieren Sie nun den quantenmechanischen Virialsatz.

Hinweis: Arbeiten Sie mit einer symmetrisierten Form des Virials, also $\hat{\mathcal{V}} = \frac{1}{2} \{ \hat{\vec{p}} \cdot \hat{\vec{r}} + \hat{\vec{r}} \cdot \hat{\vec{p}} \}$, und erinnern sich beizeiten an die Heisenberg'schen Bewegungsgleichungen um die Zeitableitung zu verarzten ...

Das Virial erfreut sich insbesondere in der Astrophysik großer Beliebtheit. Wüssten Sie, warum?

¹Eine Funktion f heißt homogen vom Grade k , wenn $f(\alpha x) = \alpha^k f(x)$.