Kräfte durch Licht

Wintersemester 2013/14
Carsten Henkel

Übungsaufgaben Blatt 3

Ausgabe: 11. November 2013
Diskussion: 25. November 2013

Problem 3.1 – Elektrostriktion und Kräfte auf Flüssigkeiten (8 points)

(i) Leiten Sie in Analogie zum Kapitel 6.8 im Jackson die Impuls-Bilanz für Ladungen in einem linearen Medium ab (siehe Vorlesung, $\mathbf{f}$ ist die Kraftdichte auf freie Ladungen/Ströme):

$$\begin{aligned} \mathbf{f} + \partial_t(\mathbf{D} \times \mathbf{B}) &= \nabla_1 \cdot \mathsf{T} + \frac{\varepsilon_0}{2}\mathbf{E}^2 \nabla\varepsilon + \frac{\mu_0}{2}\mathbf{H}^2\nabla\mu && (3.1) \\ \mathsf{T}_{ij} &= \varepsilon\varepsilon_0 \left(E_i E_j - \tfrac{1}{2}\delta_{ij}\mathbf{E}^2 \right) + \mu\mu_0 \left(H_i H_j - \tfrac{1}{2}\delta_{ij}\mathbf{H}^2 \right) && (3.2) \end{aligned}$$

Dürfen Sie im Spannungstensor auf der rechten Seite zeitabhängige Felder und $\varepsilon(\omega)$ benutzen?

(ii) Die letzten beiden Terme in Gl.(3.1) werden auch Elektro- und Magnetostriktion genannt. Schlagen Sie nach, was man in der Materialwissenschaft darunter versteht.

(iii) Schätzen Sie für folgendes einfaches Experiment den Beitrag von Elektrostriktion ab: ein Laserstrahl (Intensität eines typischen Laserpointers) trifft senkrecht auf eine Luft-Wasser-Oberfläche. Index von Wasser im Sichtbaren: etwa $n = 1.33$. In welche Richtung wird das Wasser vom Licht gezogen/gedrückt? Welche Kräfte könnten hier noch eine Rolle spielen?

Problem 3.2 – Impuls eines Photons in einem Medium (8 points)

(i) Wiederholen Sie die Energiedichte und den Poynting-Vektor in einem Medium (ε, μ oder einfach Brechungsindex n).

(ii) Begründen Sie, dass für einen Lichtpuls in dem Medium das Raumintegral über die Energiedichte gleich $\hbar\omega$ sein muss, wobei ω eine geeignet gemittelte Frequenz ist.

(iii) Argumentieren Sie, dass für den Poyntingvektor $\mathbf{S} = uv\hat{\mathbf{k}}$ gilt, wobei u die Energiedichte, v die Lichtgeschwindigkeit im Medium und $\hat{\mathbf{k}}$ der Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung ist. Geben Sie v/c an.

(iv) Integrieren Sie die Impulsdichte nach Minkowski über das Volumen des Pulses und begründen Sie das Ergebnis

$$\mathbf{p} = \int \mathrm{d}V\, \mathbf{D} \times \mathbf{B} = n\frac{\hbar\omega}{c}\mathbf{k} \tag{3.3}$$

Freuen Sie mit L. de Broglie über die Beziehung $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.