

Mathematische Methoden LA

- WS 2013/2014 -

Übungsblatt 1 ($20 + \pi$ Punkte)¹

Ausgabe 14.10.2013 – Abgabe 21.10.2013 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1** (1 Punkt)

Schreiben Sie uns diejenigen Formeln auf, die Ihnen im Laufe der Woche begegnen, etwa in den Vorlesungen zur Experimentalphysik, und die Ihnen unklar sind.

▷ **Aufgabe 2 (Galilei's Fallgesetz)** (5 Punkte)

In den "Discorsi" schreibt Galilei in der Einleitung zum Dritten Tag

[...] Einige leichtere Sätze hört man nennen: wie zum Beispiel, dass die natürliche Bewegung fallender schwerer Körper eine stetig beschleunigte sei. In welchem Masse aber diese Beschleunigung stattfindet, ist bisher nicht ausgesprochen worden; denn so viel ich weiss, hat Niemand bewiesen, dass die vom fallenden Körper in gleichen Zeiten zurückgelegten Strecken sich zueinander verhalten wie die ungeraden Zahlen.

Soweit Galilei. Wie passt das zu dem, was Sie in der Schule gelernt haben?

Anmerkung: Galilei kannte noch keine Infinitesimalrechnung. Die wurde erst von Newton und Leibniz erfunden.

▷ **Aufgabe 3 (Lempels Irrtum)** (π Punkte)

Lehrer Lempel, gefürchtet für seinen messerscharfen Verstand, behauptet, er würde an irgendeinem Tag in der nächsten Woche genau eine Mathearbeit schreiben lassen, aber man würde am Morgen des fraglichen Tages nicht wissen, dass der Tag der Klassenarbeit gekommen sei. Rekursine, das anerkannte Mathe-Ass der Klasse, beruhigt: "Lempel lügt!". Logikus, ebenso pffig, ergänzt "Trotzdem sollten wir büffeln bis zum Umfallen!" Wie argumentiert Rekursine, und wieso sollte man Logikus' Rat ernst nehmen?

▷ **Aufgabe 4 (Kontraposition)** (3 Punkte)

Zeigen Sie: Die Implikation $A \Rightarrow B$ ist genau dann wahr, wenn die Kontraposition $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$ wahr ist.

▷ **Aufgabe 5 (Rollende Großmütter)** (2 Punkte)

"Wenn mein Großmutter Räder hätte, wäre sie 'n Omnibus" lautet ein altes Sprichwort. Nun stellen sie fest, dass ihre Großmutter in der Tat ein Omnibus ist. Dürfen Sie schließen, dass sie Räder hat?

¹Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft ...

▷ **Aufgabe 6 (Banalität)**

(3 Punkte)

Es sei $A(x, y)$ die Kurzform für die Aussage “Studentin/Student x findet das Thema y der Mathe-Vorlesung banal.” Geben Sie die umgangssprachliche Formulierung für

$$\forall x \exists y : A(x, y) \quad (1)$$

$$\exists y \forall x : A(x, y) \quad (2)$$

▷ **Aufgabe 7 (Geometrische Summenformel)***

(6 Punkte)

Zur Erinnerung: Mit x^n meint man das n -fache Produkt von x mit sich selbst, $x^n = x \cdot x \cdots x$ (n Faktoren), und es gilt $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.

Beweisen Sie mittel vollständiger Induktion die *geometrische Summenformel*

$$1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}, \quad x \neq 1. \quad (3)$$