Mathematische Methoden LA

- WS 2013/2014 -

Übungsblatt 2 ($20 + \pi$ Punkte)[1]

Ausgabe 21.10.2013 – Abgabe 30.10.2013 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ Aufgabe 1 (Typoplogie) (3 Punkte)

Die Funktion $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$ ist

- ☐ surjektiv, aber nicht injektiv
- ☐ injektiv, aber nicht surjektiv
- ☐ weder surjektiv noch injektiv

▷ Aufgabe 2 (Umgang mit Ungleichungen) (3 Punkte)

Bezüglich Addition und Multiplikation zweier Ungleichungen im reellen gelten folgende Sätze, die wir Sie bitten zu beweisen:

$$\begin{aligned} \text{Wenn } a \leq b \text{ und } c \leq d, \quad &\text{dann} \quad a + c \leq b + d \\ \text{Wenn } 0 \leq a \leq b \text{ und } 0 \leq c \leq d, \quad &\text{dann} \quad a \cdot c \leq b \cdot d \end{aligned} \tag{1}$$

▷ Aufgabe 3 (Umgang mit komplexen Zahlen)* (6 Punkte)

Gegeben zwei komplexe Zahlen $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = -2 + 3i$.

(a) Bilden Sie die Summe $z_1 + z_2$ und Differenz $z_1 - z_2$ arithmetisch und zeichnerisch mittels Zeigerdarstellung in der Gauss'schen Zahlenebene.

(b) Berechnen Sie die Absolutbeträge $|z_1|$, $|z_2|$.

(c) Berechnen Sie das Produkt $z_1 \cdot z_2$ und den Bruch $\frac{z_1}{z_2}$, jeweils in der Form $u + iv$ mit u, v reell.

▷ Aufgabe 4 (Polardarstellung komplexer Zahlen)* (4 Punkte)

Gegeben zwei komplexe Zahlen $z_1 = \cos(\alpha) + i\sin(\alpha)$, $z_2 = \cos(\beta) + i\sin(\beta)$, worin α, β zwei reelle Zahlen. Berechnen Sie das Produkt $z_1 \cdot z_2$ und zeigen Sie, dass $z_1 \cdot z_2 = \cos(\alpha + \beta) + i\sin(\alpha + \beta)$.

<u>Hinweis:</u> Erinnern Sie sich beizeiten an die Additionstheoreme der Trigonometrie. Falls Sie diese vergessen haben, oder mit dem Begriff überhaupt nichts anfangen können, schauen Sie mal unter dem entsprechenden Stichwort in ein Lehrbuch, ein Schulbuch, oder eine Formelsammlung …

---

[1] Aufgaben mit transzendenter Punktezahl sind fakultative Nüsse. Nüsse sind bekanntlich nahrhaft …

▷ **Aufgabe 5 (Dreiecksungleichung)*** (4 Punkte)

Man beweise und interpretiere in der Zeigerdarstellung, dass für zwei komplexe Zahlen z_1, z_2 gilt

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| \,, \tag{3}$$

sog. *Dreiecksungleichung.*

▷ **Aufgabe 6** (π Punkte)

Gehen Sie an eine Kreidetafel und skizzieren Sie freihändig (ohne Hilfsmittel!) die sog. *Zahlengerade* (Länge ca 150cm. Warum?). Vergessen Sie nicht, anzugeben wo 0 und 1 liegen, evtl. auch andere Zahlen wie 2/3, 17/13 oder gar π und e. Kann man Ihre Skizze auch entziffern, wenn man ganz hinten sitzt?

Bemerkung: Das schwierigste wird für Sie zunächst darin bestehen, einen horizontalen, geraden Strich auf die Tafel zu bringen (ohne Hilfsmittel!). Das müssen Sie immer wieder üben. In der Schulstunde muss Ihnen das im Schlaf aus der Hand fließen. Die Länge "ca. 150cm erklärt sich aus Ihrer Physiologie: mit einem Schwung des rechten Arms (oder linken, falls Sie Linkshänder sind).