Mathematische Methoden LA

- WS 2013/2014 -

Übungsblatt 8 (20 Punkte)

Ausgabe 04.12.2013 – Abgabe 11.12.2013 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

ACHTUNG: Die Inverse $\underline{\tilde{A}}$ einer Matrix $\underline{A}$ berechnet sich nach $\tilde{A}_{ij} = \frac{(-1)^{i-j}|\underline{A}_{ji}|}{|\underline{A}|}$ (Reihenfolge der Indices rechts und links beachten!) worin $|\underline{A}|$ die Determinante von $\underline{A}$, die Matrix $\underline{A}_{kl}$ gleich der Matrix $\underline{A}$ ohne die k-te Zeile und l-ten Spalte, und $|\underline{A}_{kl}|$ deren Determinante.

▷ **Aufgabe 1** * (3 Punkte)

Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 13 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

▷ **Aufgabe 2** * (4 Punkte)

Gegeben zwei Matrizen

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad \underline{B} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Berechnen Sie die beiden Matrixprodukte $\underline{A}\,\underline{B}$ und $\underline{B}\,\underline{A}$ und bestimmen Sie den Kommutator $[\underline{A}, \underline{B}] = \underline{A}\,\underline{B} - \underline{B}\,\underline{A}$.

▷ **Aufgabe 3** * (5 Punkte)

Man bestimme die Determinante und die Inverse der folgenden Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \tag{3}$$

▷ **Aufgabe 4** * (3 Punkte)

Gegeben eine 3×3-Matrix

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Bestimmen Sie den Rang von $\underline{A}$. Ist $\underline{A}$ invertierbar?

▷ **Aufgabe 5** (5 Punkte)

Ein Körper kreiselt um ein gewisse Achse $\vec{n}$ mit Kreisfrequenz ω. Man überzeuge sich, dass ein Körperkrümel, der sich zur Zeit t am Ort $\vec{r}(t)$ befindet, eine Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = \vec{\omega} \times \vec{r}(t)$ aufweist, wo $\vec{\omega} = \omega\vec{n}$.

Für gegebenes $\vec{\omega}$ hängt $\vec{v}$ linear von $\vec{r}$ ab. Wie lautet die Matrixdarstellung der Gleichung $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$?