

Mathematische Methoden LA

- WS 2013/2014 -

Übungsblatt 12 (20 Punkte)

Ausgabe 29.01.2014 – Abgabe 04.02.2014 – Besprechung n.V.

Aufgaben mit Sternchen sind Klausurisomorph

▷ **Aufgabe 1*** (2 Punkte)

Mittels d'Hospital berechne man den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad (1)$$

▷ **Aufgabe 2*** (2 Punkte)

Man bestimme die Extrema der Funktion $f(x) = x^3 - x$ auf $[-1, 2]$, skizziere den Funktionsgraphen, und kennzeichne die Extrema.

▷ **Aufgabe 3*** (3 Punkte)

Gegeben eine Funktion

$$f(x) := \frac{1}{(x-a)(x-b)} \quad (2)$$

(a) Skizzieren Sie den Funktionsgraphen. Wo erwarten Sie Probleme?

(b) Bestimmen Sie die Stammfunktion von f für die drei Intervalle $x < a$, $a < x < b$ und $b < x$.

Hinweis: Partialbruchzerlegung könnte sich bei (b) nützlich erweisen ...

▷ **Aufgabe 4*** (4 Punkte)

Man berechne die unbestimmten Integrale

$$\int dx x \sin(x^2 - 1), \quad \int dx x \ln x. \quad (3)$$

▷ **Aufgabe 5*** (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = \sqrt{1+x}$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Was ist der Konvergenzradius der Reihe? Skizzieren sie die Graphen der Funktion und ihrer ersten 3 Taylorpolynome.

▷ **Aufgabe 6** (6 Punkte)

Für die Schwingungsperiode eines physikalischen Pendels der Länge l im homogenen Schwerfeld der Erde (Erdbeschleunigung g) als Funktion der Amplitude A gilt

$$T(A) = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2 \sin^2 x}} \quad (4)$$

wobei $\alpha = \sin(A/2)$. Man berechne das Integral näherungsweise für kleine A bis zur vierten Ordnung in A und skizziere in dieser Näherung $T(A)$.