Anhang 8

Higgs

Masse ist Vakuum-Higgs. Und Anregung von Higgs ist Higgsboson.

Erzeugt wird Masse im Higgsmechanismus, der spontanen Symmetriebrechung im Higgsfeld.

Betrachte zwei Felder ϕ (neutrales Spin-0 Demon), und φ (selbstwechselwirkendes Higgsfeld), beide reell, wechselwirkend. Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - V(\varphi) - \frac{g}{2}\varphi^2\Phi^2 \tag{8.1}$$

mit

$$V(\varphi) = -\frac{\lambda}{2}\varphi^2 + \frac{\kappa}{4}\varphi^4 \tag{8.2}$$

Energetischer Grundzustand in Konfiguration ϕ und φ homogen und zeitunabhängig, bestimmt durch Minimum von $V(\varphi) + \frac{g}{2}\varphi^2\phi^2$, d.h. $\phi = 0$ und $\varphi = \pm\upsilon = \pm\sqrt{\lambda^2/\kappa}$.

Setze $\varphi(x) = \upsilon + \eta(x)$, bis zur zweiten Ordnung in ϕ und η

$$\mathcal{L} = \frac{\lambda^4}{4\kappa} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{\mu^2}{2}\phi^2\frac{1}{2}\partial\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \frac{2\alpha}{2} + \ldots \tag{8.3}$$

wo $\mu = \frac{g}{2}\upsilon^2$ nun effektive Masse des Demon.

Lies: nach spontaner Symmetriebrechung ist ϕ massiv mit Masse bestimmt durch den Vakuumserwartungswert von φ. Auch Higgs ist massiv, mit Masse . Beide Felder entkoppelt, d.h. unabhängig.

In der QM ("0-dimensionale Quantenfeldtehorie") kann das Teilchen vom einen Minimum des Potentials ins andere Minimum tunneln. Hier nicht: einmal im rechten Minimumgefangen, kann es nicht entkommen, denn die Potentialbarriere $V(0) - V(\pm\mu)\int d^Dx$, wo D die Dimension des Raumes, ist unendlich (genauer: extensiv im Systemvolumen). Tunneln ist ausgeschaltet, und die Grundzustandswellenfunktion (genauer: Gurndzustandswellenfunktional $\Psi_0[\phi]$) ist entweder um μ oder um $-\mu$ konzentriert. Für eine der beiden Möglichkeiten muss man sich entscheiden. Die Entscheidung bricht die Spiegelungssymmetrie $\varphi \to -\varphi$, wobei es für die Physik allerdings nicht darauf ankommt, für welche man sich entscheidet.

Nun reines Higgsfeld, komplex,

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\varphi^*\partial^\mu\varphi + \lambda^2|\varphi|^2 - \kappa|\varphi|^4 \tag{8.4}$$

Symmetriegruppe $U(1)$.

$\varphi(x) = \rho(x)e^{i\theta}$, $\partial_\mu\varphi = (\partial_\mu\rho + i\rho\partial\theta)e^{i\theta}$

$$\mathcal{L} = \rho^2(\partial\theta)^2 + (\partial\rho)^2 + \mu^2\rho^2 - \lambda\rho^4 \tag{8.5}$$

überabzälbar unendlich viele verschiedene Vakua, Spontane Symmetreibrechung $\rho = \upsilon + \chi$ mit $\upsilon = \sqrt{\lambda^2/(2\kappa)}$

$$\mathcal{L} = \upsilon^2(\partial\theta)^2 + \left[(\partial\chi)^2 - 2\mu^2\chi^2 - 4\sqrt{\frac{\lambda^2\kappa}{2}}\chi^3 - \kappa\chi^4\right] + \left(\sqrt{\frac{2\lambda^2}{\kappa}}\chi + \chi^2\right)(\partial\theta)^2 \quad (8.6)$$

Phase ist masseloses Feld. Gldstone Theorem: Spontane Brechung einer kontinuierlichen Symmetrie (hier: $U(1)$) impliziert Entstehung masseloser Feld(er), sog. Nambu-Goldstone Bosonen.

Im Kontext Ferrogmagnetismus: Symmetriegruppe $G = O(3)$ unterhalb Curiepunkt sponan gebrochen zu $H = O(2)$ (Rotation in Ebene senkrecht zur spontanen Magnetisierung $\vec{M}$). Es gibt $n(G) - n(H) = 2$ Nambu-Goldstone Boson (n ist die Zahl der Generatoren der kontinuierlichen Gruppe).

Studiere Fluktuationen von Goldstone mittels "Massless Boson Propagator"

$$\langle(\varphi_2(0))^2\rangle = \lim_{x\to 0}\int \frac{d^dk}{(2\pi)^d}\frac{e^{ikx}}{k^2} \quad (8.7)$$

UV-Divergenz durch cut-off ausgeschlossen. Für $d > 2$ keine Infrarotdeivergenz – keine übermässig großen Feld-Fluktuationen im Goldstone-Feld selbst bei langen Wellenlängen. Der spontan gebrochene Grundzustand ist stabil. Anders bei $d \leq 2$: große Fluktuationen von φ_2 sind möglich, die die ursprüngliche Symmetrie wieder herzustellen trachten. Spontante Symmetriebrechung einer kontinuierlichen Symmetriegruppe ist für $d \leq 2$ ausgeschlossen (Mermin-Wagner Theorem).

Bei Supraleitern: das Feld φ wird wird im "pairing" (zweier entgegengesetzt propagierender Elektronen) dynamisch erzeugt. Man spricht dann auch von dynamischer Symmetriebrechung.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}_{\mu\nu} + (D\varphi)^*(D\varphi) + \lambda^2|\varphi|^2 - \kappa|\varphi|^4 \quad (8.8)$$

wo $D_\mu\varphi = (\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi$ und $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

In Polardarstellung $\varphi = \rho e^{i\theta}$ ist $D_\mu\varphi = [\partial_\mu\rho + i\rho(\partial\theta - eA_\mu)]\, e^{i\theta}$, somit

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \rho^2(\partial\theta - eA_\mu)^2 + (\partial\rho)^2 + \lambda^2 - \kappa\rho^4 \tag{8.9}$$

Aber das Feld $B_\mu := A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\theta$ ist invariant unter der Eichtrafo $\varphi \to \varphi' = e^{i\alpha}\varphi$, $A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial\alpha$, d.h. die ersten beiden Terme lesen sich $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + e^2\rho^2B_\mu^2$. Und da auch F eichinvariant,

$$\mathcal{L} = -F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + e^2\rho^2B_\mu B^\mu + (\partial\rho)^2 + \lambda^2\rho^2 - \kappa\rho^4 \tag{8.10}$$

Spontane Symmetriebrechung $\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\upsilon + \chi)$, wo $\upsilon = \sqrt{\lambda^2/\kappa}$,

$$\mathcal{L} = -F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{M^2}{2}B_\mu B^\mu + e^2\upsilon\chi B_\mu B^\mu + \frac{e^2}{2}\chi^2 B_\mu B^\mu + \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 - \lambda^2\chi^2 - \sqrt{\kappa}\lambda\chi^3 - \frac{\kappa}{4} + \frac{\lambda^4}{4\kappa} \tag{8.11}$$

wo $M = e\upsilon$.

Das Eichfeld A hat das Nambu-Goldstone-Boson aufgefressen, dadurch an Gewicht gewonnen, und sich in B umbenannt!

Masseloses Eichfeld hat zwei Freiheitsgrade (es ist transversal); aber massives Eichfeld hat drei Freiheitsgrade: das aufgegessene Nambu-Goldstone-Boson wird zum longitudinalen Feldfreiheitsgrad.

Das Phänomen der Gewichtszunahme eines masselosen Eichfeldes durch Verspeisen eines Namub-Goldstone-Bosons wurde im Kontext der Elementarteilchenphysik unabhängig von P. Higgs, F. Englert, R. Brout, G. Guralnik, C. Hagen und T. Kibble entdeckt. Im Kontext der Festkörperphysik von Landau, Ginzburg, Anderson.

