

Einführung in die Quantenoptik I

Wintersemester 2013/14

Carsten Henkel

Übungsaufgaben Blatt 1

Ausgabe: 17. Oktober 2013

Abgabe: 22. Oktober 2013

Hinweis. Die Übungsaufgaben sind ein Versuch, verschiedene ‘Geschmäcker’ zu bedienen: mal geht es um Abschätzungen, Einheiten, Größenordnungen. Mal gibt es einiges zu rechnen. Häufig ist schon das Interpretieren des Aufgabentextes Teil der Herausforderung. Und dann gibt es noch *soft skills* wie das Erstellen von Texten, Recherche von Literatur oder anderer Information im Netz. Es gilt die Regel: Lassen Sie sich von Fehlern in den angegebenen Formeln nicht verwirren. Im Zweifelsfall fehlt eben im Aufgabentext ein Faktor 2, π , i , -1 ...

Problem 1.1 – Typical numbers (8 points)

(i) Calculate the frequency $f = \omega/2\pi$ and the photon energy $\hbar\omega$ for visible light of your favorite colour. Look up the power of a typical hand-held laser pointer and translate it into a flux of photons per second.

(ii) Calculate the ratio between the size of your favorite atom and the light wavelength from (i). What is smaller? Formulate in words what this means when this atom is placed in an electromagnetic field of this colour.

(iii) In the lecture, we are going to see that the interaction of an atom with light depends on the electric field $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ at the position \mathbf{r} of the atom. Estimate the magnitude of the electric field of a laser pointer and of the high-power laser of the *National Ignition Facility* in the U.S.A. (Ask around or think yourself about the link between the electric field and other typical parameters: light power, beam diameter etc.) Estimate as well the electric field created by the nucleus somewhere ‘inside’ your favorite atom and compare. Which field is smaller? What do you expect for the ratio between the interaction energy of the atom with the laser pointer and the typical energy levels of the atom?

Problem 1.2 – Quantum language (8 points)

(i) A typical quantum state of a two-level system can be written in the form

$$|\psi\rangle = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle = \begin{pmatrix} c_e \\ c_g \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Explain the meaning of the symbols in the three expressions. Express the Dirac kets $|g\rangle$, $|e\rangle$ as two-component vectors. Write down a formula for the wave function of the “active electron”, assuming that the energy levels E_g , E_e correspond to stationary states $\phi_g(\mathbf{x})$ and $\phi_e(\mathbf{x})$.

What are the “normalization conditions” for these states (and wave functions)?

(ii) Explain the following statement: “For a two-level system, physical observables are represented by hermitean 2×2 -matrices.” Consider the following observable

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| \quad (1.2)$$

and check that the two expressions (matrix and ket-bra notation) are consistent by working out the expectation value $\langle\sigma_3\rangle = \langle\psi|\sigma_3|\psi\rangle$ in the state given in Eq.(1.1). Why does the name “inversion” match the physical interpretation of this observable?

(iii) Repeat the previous exercise for the “observable”

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = |g\rangle\langle e| \quad (1.3)$$

and its hermitean conjugate σ^\dagger . Questions for the physical interpretation: why are these only “observables” in quotes? What does the name “two-state annihilation (creation) operator” try to tell you? Give examples for quantum states with $\langle\sigma\rangle = 0$ and $\neq 0$.

(iv) Write down the unique time-dependent state $|\psi(t)\rangle$ that satisfies the time-dependent Schrödinger equation with initial condition $|\psi(0)\rangle = |\psi\rangle$ given in Eq.(1.1). You know that $|g\rangle$ and $|e\rangle$ are stationary states. What is the probability $p_e(t)$ to find the atom in the excited state at time t ?

Problem 1.3 – Projekt Netz (6 points)

Anregung für die Übung am 23. Okt 2013. Abgabe per email an Alexander bis zum 23. Oktober 2013.

(i) Suchen Sie im Katalog der Uni-Bibliothek nach Büchern zur Quantenoptik oder Quantenelektronik. Wie viele Titel gibt es jeweils auf Deutsch, Englisch, Französisch oder Russisch? Finden Sie heraus, wo die Autoren herkommen.

(ii) Schlagen Sie in den Wikipedien, die Sie lesen können, den Eintrag “Quantenoptik” auf und machen Sie einen kritischen Vergleich. Diskutieren Sie mit Ihren Kommilitonen und erstellen Sie eine Liste von Überschriften: welche Information würden Sie unter dem Titel “Quantenoptik” lesen wollen?

(iii) Suchen Sie im Netz nach Arbeitsgruppen in Deutschland, die sich mit Quantenoptik beschäftigen. Welche Vorlesungs-Skripten können Sie finden? Teilen Sie sich in Zweier-Gruppen auf und erstellen Sie eine Liste von ca. fünf Stichworten, die in den Forschungsprojekten von verschiedenen Gruppen “immer wieder” auftauchen.

(iv) Finden Sie wissenschaftliche Tagungen von jetzt bis Juni 2014, die sich mit “Quantenoptik”, “Photonik” oder “Quantenelektronik” beschäftigen. Versuchen Sie, bei den beteiligten Veranstaltern Namen aus dem deutschsprachigen Raum [siehe (iii)] wiederzufinden. Wohin würden Sie gerne fahren? Mit welchen Leuten würden Sie gerne diskutieren?