Theoretische Physik V
- Quantenmechanik-II (WS 2016/2017) -

Beispiel Klausur (90 + 15 Punkte) [1]

Emission 27.01.2017 – Digestion 03.02.2017

– keine Hilfsmittel–

Verständnis und Gedächtnisfragen (45 Punkte)

▷ **Aufgabe 1 (W'hlg Quantenmechanik)** (9 Punkte)

Danach gefragt, die Quantenmechanik in drei Postulaten zusammen zu fassen – wie würden Sie antworten?

▷ **Aufgabe 2 (Gemisch)** (6 Punkte)

Danach gefragt, was denn eigentlich ein gemischter Zustand sei – wie würden Sie antworten?

[1] Notenschlüssel beruht auf 90 Punkten; die 15 Extra-Punkte geben Ihnen mehr Luft zum Atmen ...

▷ **Aufgabe 3 (Vielteilchentheorie)** (15 Punkte)

(a) Welcher Algebra genügen die Erzeuger und Vernichter $\hat{a}_k^\dagger$, $\hat{a}_{k'}$ (k, k' Modenindex) von Fermionen bzw. Bosonen? (5P)

(b) Was besagt das Spin-Statistik Theorem? (5P)

(c) Tragen Sie mindestens sechs verschiedene Teilchen in folgende Tabelle ein: (5P)

	massiv	(fast) masselos
Boson		
Fermion		

▷ **Aufgabe 4 (Relativistische Quantenmechanik)** (15 Punkte)

(a) Wie lautet die Klein-Gordon-Gleichung, und welche Probleme ergeben sich, wenn man versucht, die Klein-Gordon-Gleichung in Analogie zur gewöhnlichen Schrödingergleichung zu interpretieren? (10P)

(b) Welcher Dirac-Spinor beschreibt ein in x-Richtung fliegendes Positron dessen Spin in z-Richtung polarisiert ist? (5P)

Rechenaufgaben (45 + 15 Punkte)

▷ **Aufgabe 5** (10 Punkte)

Für ein nicht-relativistisches System N nicht-wechselwirkender spin-polarisierter Elektronen in einer Falle mit Fallenpotential $V(\vec{x}) = \begin{cases} 0 & |\vec{x}| \leq a \\ \infty & |\vec{x}| > a \end{cases}$ bestimme man die Teilchendichte $n(\vec{x})$ und Fermienergie in Thomas-Fermi-Näherung.

▷ **Aufgabe 6** (15 Punkte)

Bestimmen Sie die Elektronenkonfiguration des Grundzustandes des Sauerstoffatoms ^8O und ihre Spektralterme. Was ist der Grundzustandsterm gemäß Hund'schen Regeln?

Hinweis: Erinnern Sie sich an die Termanalyse von Kohlenstoff ... und die Löchertheorie ...

▷ **Aufgabe 7** (20 Punkte)

Ein Diracteilchen ruht für $t < 0$ in einem Zustand positiver Energie mit Spin rauf. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein konstantes Vektorpotential eingeschaltet $\vec{A} = (A, 0, 0)$, und zum Zeitpunkt $t = T$ wieder ausgeschaltet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Diracteilchen für $t > T$ in einem Zustand negativer Energie angetroffen? Was hat das mit Paarvernichtung zu tun?

▷ **Aufgabe 8** (15 Punkte)

Beweisen Sie: Genügt Ψ im ungestrichenen Koordinatensystem $(ct, \vec{x})$ der Dirac-Gleichung im Potential $(A^\mu) = (\Phi/c, \vec{A})$, dann genügt

$$\Psi'(\vec{x}', t') = \eta_P \gamma^0 \Psi(-\vec{x}', t') \tag{1}$$

mit $\eta_P = \pm 1, \pm i$ der Dirac-Gleichung im gestrichenen Koordinatensystem $(ct', \vec{x}') = (ct, -\vec{x})$ im Raum-gespiegelten Potential $\vec{A}'(\vec{x}', t') = -\vec{A}(-\vec{x}', t')$, $\Phi'(\vec{x}', t') = \Phi(-\vec{x}', t')$.

Formelsammlung

Minkowskimetrik $\eta \equiv (\eta_{\mu\nu}) = (\eta^{\mu\nu})$,

$$(\eta_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Lotra $\Lambda = (\Lambda^{\mu}{}_{\nu})$ mit $\Lambda^T \eta \Lambda = \eta$.

4er Koordinatenvektor $x \equiv (x^\mu) = (ct, \vec{x})$, $(x_\mu) = (\eta_{\mu\vec{u}} x^\nu) = (ct, -\vec{x})$.

4-er Impuls $p \equiv (p^\mu) = (E/c, \vec{p})$

4er-Potential $A = (A^\mu) = (\Phi/c, \vec{A})$

4-er Gradient $\partial \equiv (\partial_\mu) = (\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla})$

Paulimatrizen (Standarddarstellung)

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Gamma-Matrizen (Standarddarstellung)

$$\gamma^0 \equiv \beta = \begin{bmatrix} \hat{1}_2 & 0 \\ 0 & -\hat{1}_2 \end{bmatrix}, \qquad \gamma^i \equiv \beta\alpha^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3\,. \tag{4}$$

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{1}_2 \\ \hat{1}_2 & 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$